به نام خدا

گروه مهندسی ME2CH

رمز گذاشته شده برای همه ی فایل های رمز دار

WWW.ME2CH.COM

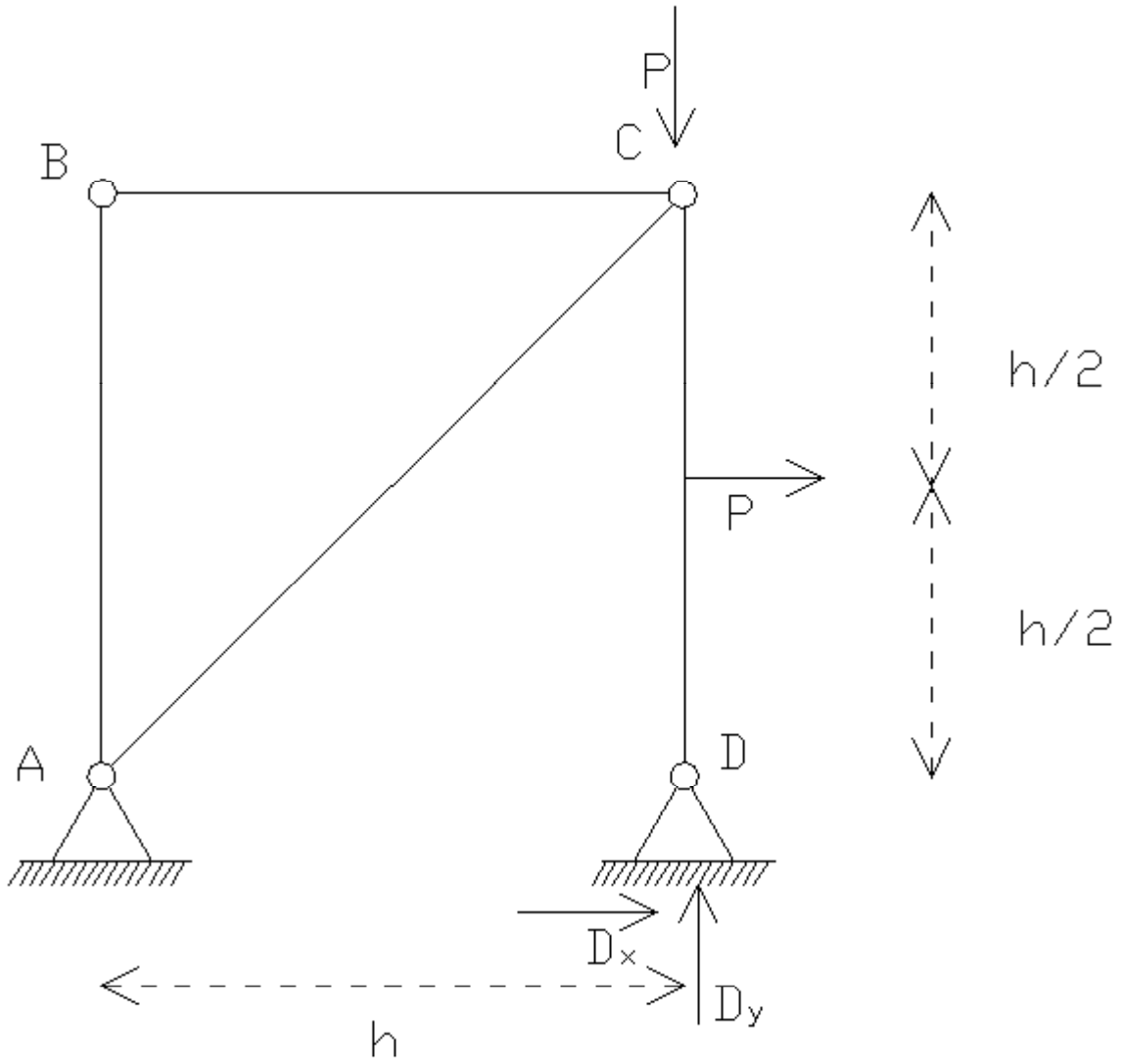
منبع این کتاب:

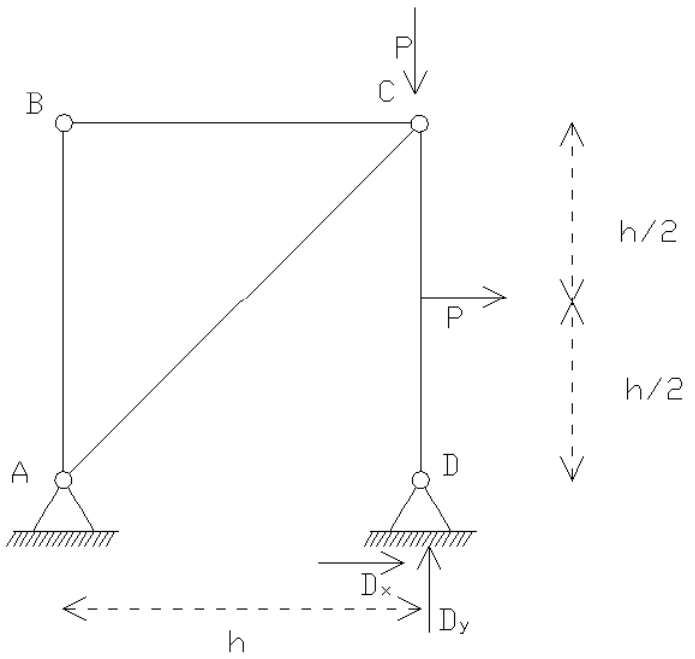
WWW.ME2CH.ROZBLOG.COM & @ME2CH

مثال هایی از محاسبه واکنش ها و نیرو های داخلی در سازه های معین

تهیه کننده: مهندس احمدرضا جعفری

مثال:در قاب زیر عکس العمل افقی تکیه گاه Dچقدر است؟





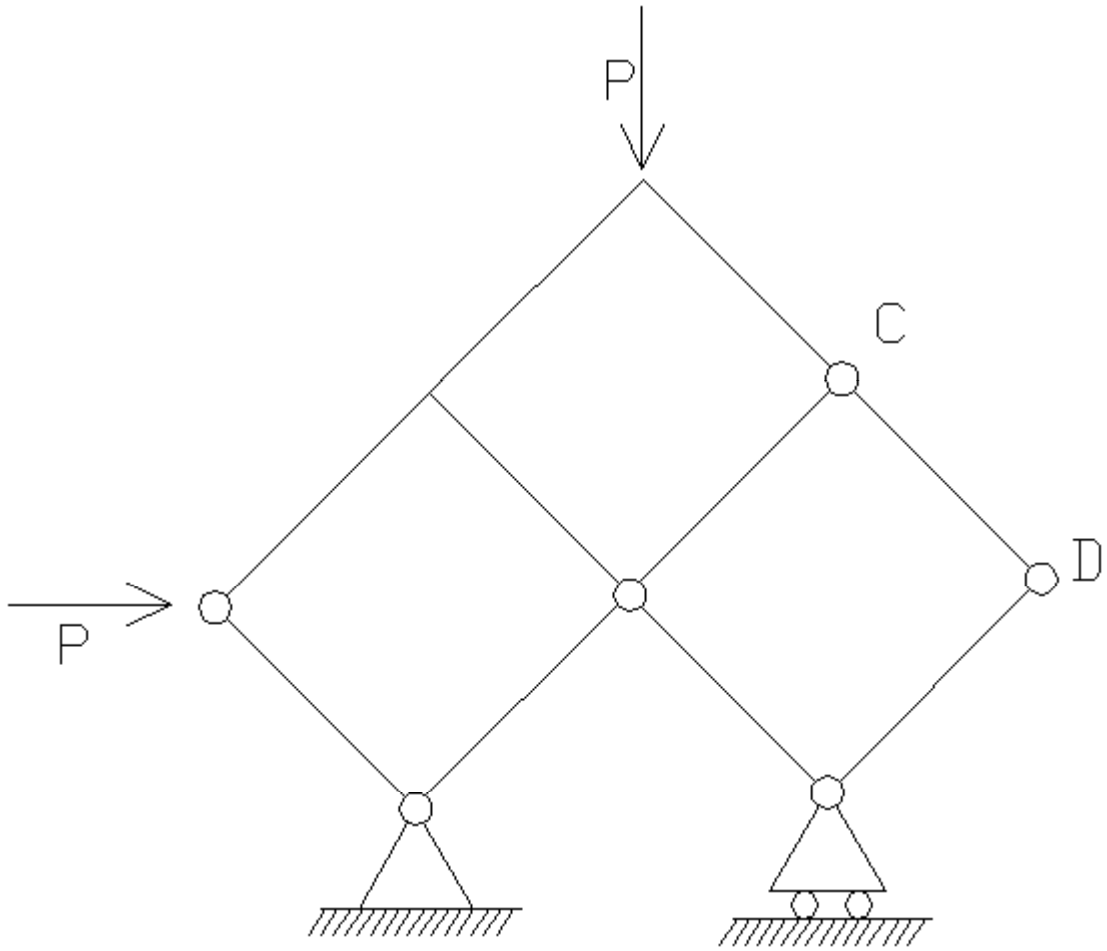
نسبت به مفصل C در تکه CD معادله تعادل لنگر نوشته میشود:

$$\sum M_C = 0 \rightarrow D_X \times h + P \times {}^{H}/_{2} = 0$$

$$D_X = {}^{P}/_{2} \;\rightarrow\; D_X = {}^{P}/_{2}$$

چون مقدار به دست آمده منفی است، جهت اولیه فرض شده عوض میشود

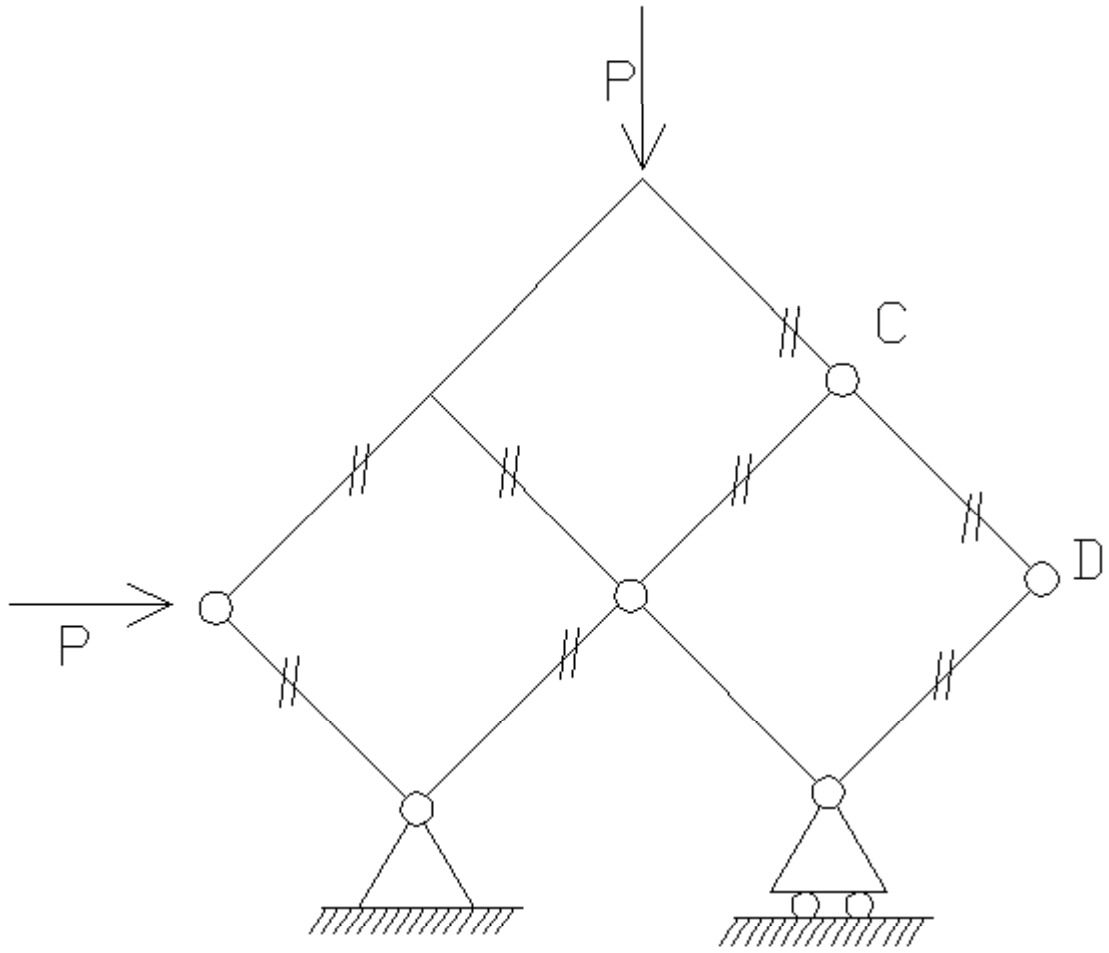
مثال:نیروی میله ی CD در شکل مقابل چقدر است؟(طول همه ی اعضا a می باشد.)



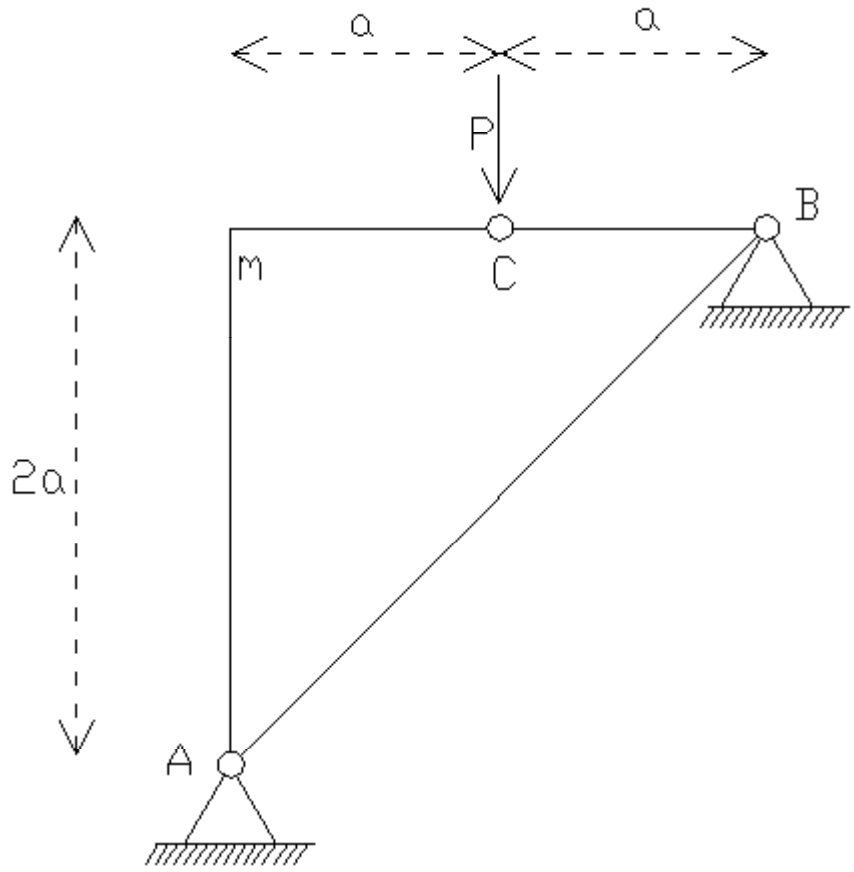
گره D شامل تنها 2 میله است و چون نیرویی به آنها وارد نمی شود، هر دو میله متصل به آن صفر نیرویی هستند.

عضو صفرنیرویی:
عضو سوم در گره سه عضوی فاقد نیرو با دو عضو همراستا

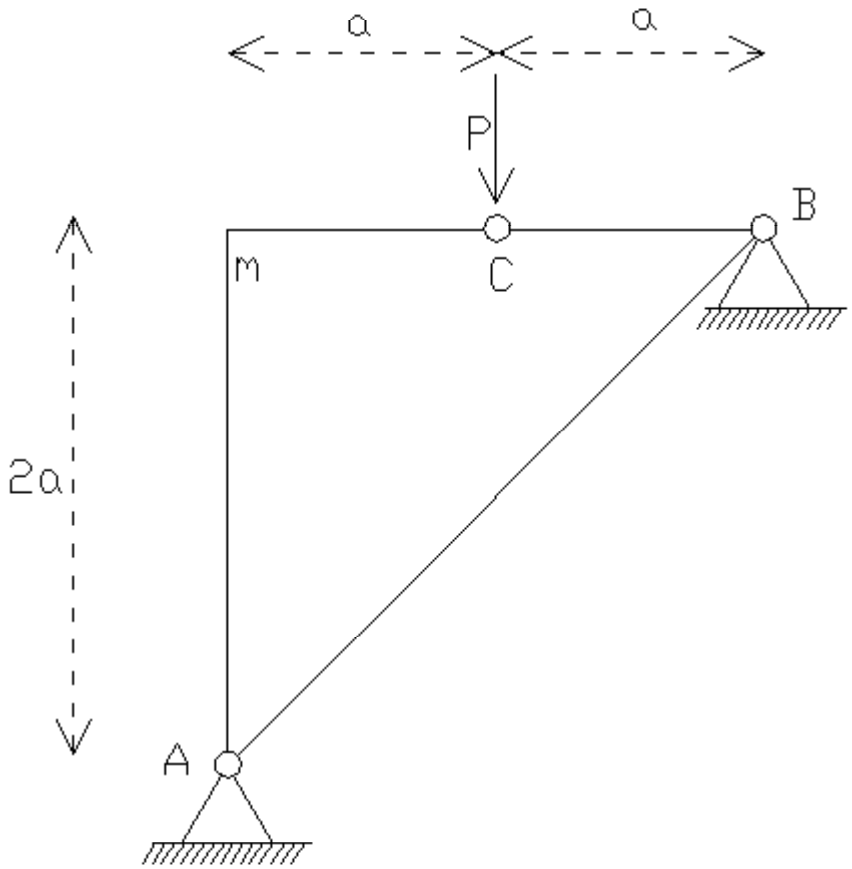
دو عضو متصل به گره های دوعضوی فاقد نیرو



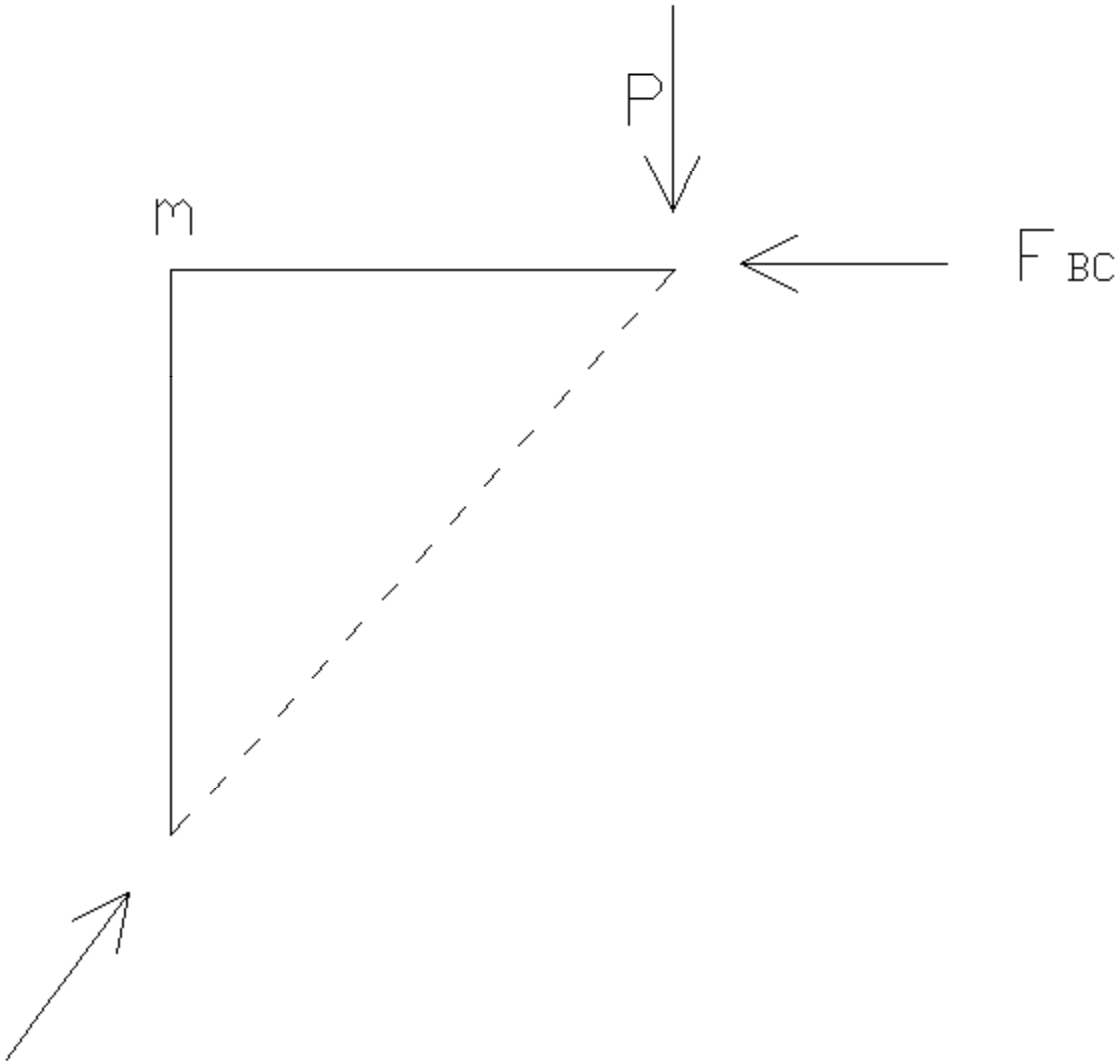
مثال:اندازه گشتاور خمشی در گره صلب m چقدر است؟



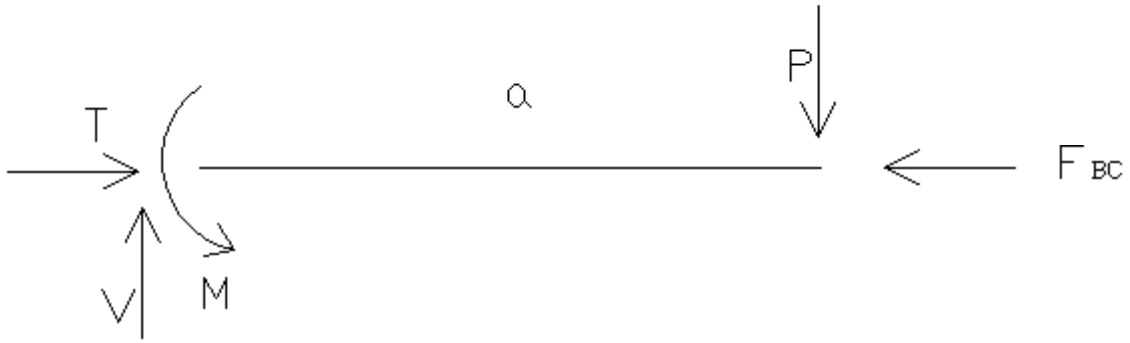
قسمت AmC یک جسم صلب است که چون به تنهایی به 2 مفصل وصل شده است و در وسط آن نیرویی وارد نمی شود، همانند 1 میله عمل می کند. همچنین BC نیز یک میله میباشد و نیرویی که به قطعه ی AmC وارد می کند یک نیروی افقی می باشد.



دیاگرام آزاد قطعه AmC :



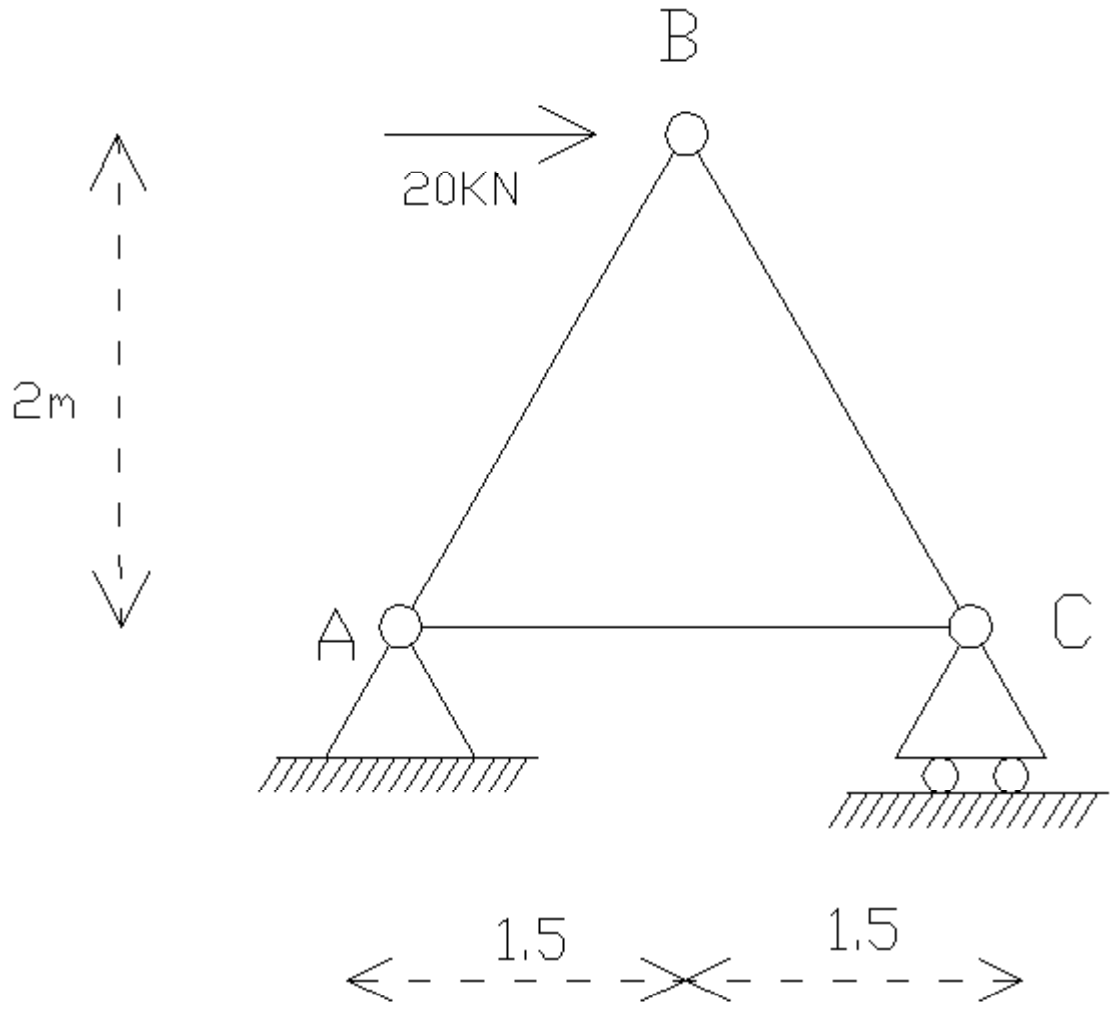
در نقطه m یک برش زده و دیاگرام آزاد قطعه mC را ترسیم میکنیم:

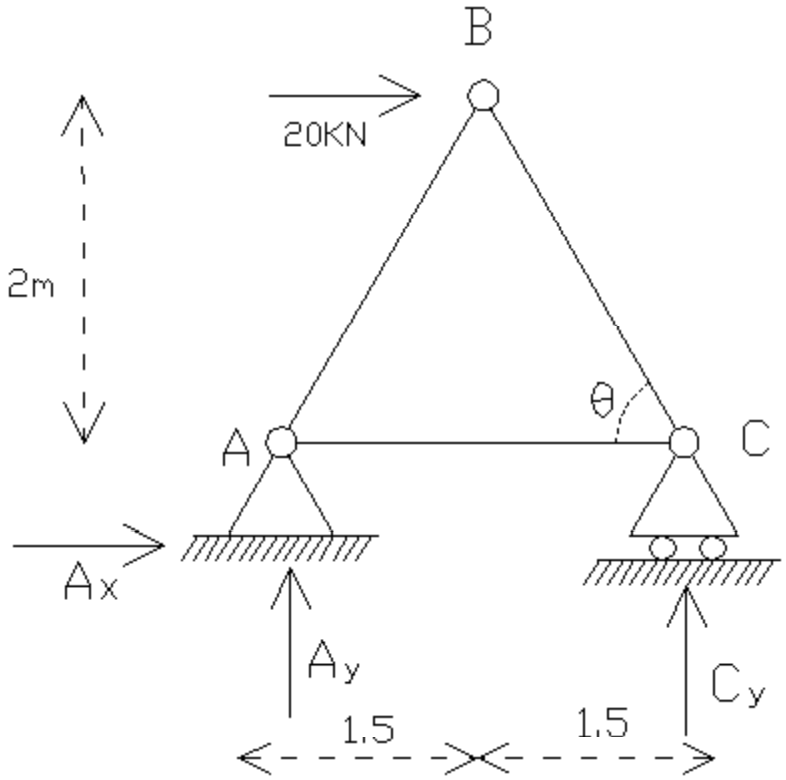


معادله تعادل لنگر حول نقطه m:

$$\sum M_m = 0 \rightarrow -P \times a + M = 0 \rightarrow M = P.a$$

مثال:در سازه ی زیر عکس العمل تکیه گاه C و نیروی عضو AC چقدر است؟

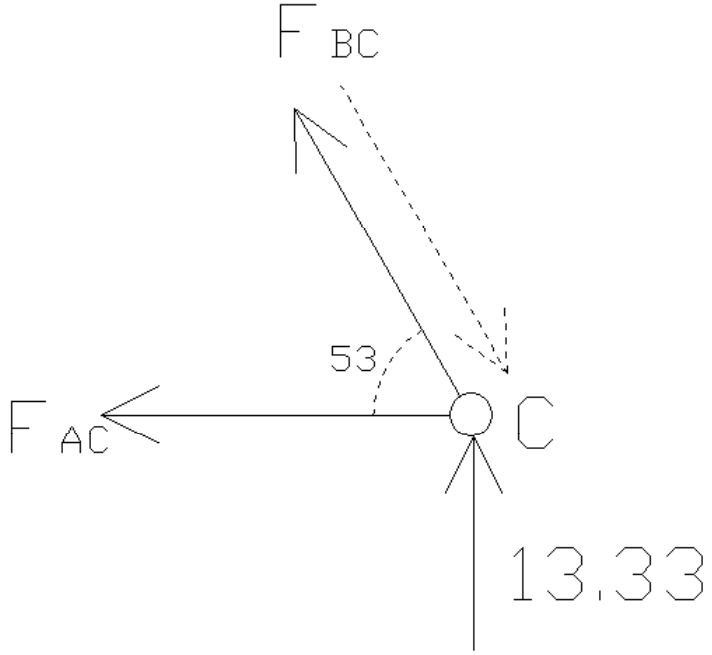




$$\sum M_A = 0 \rightarrow 3C_y - 20 \times 2 = 0 \rightarrow C_y = 13.33KN$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{2}{1.5}\right) = 53^0$$

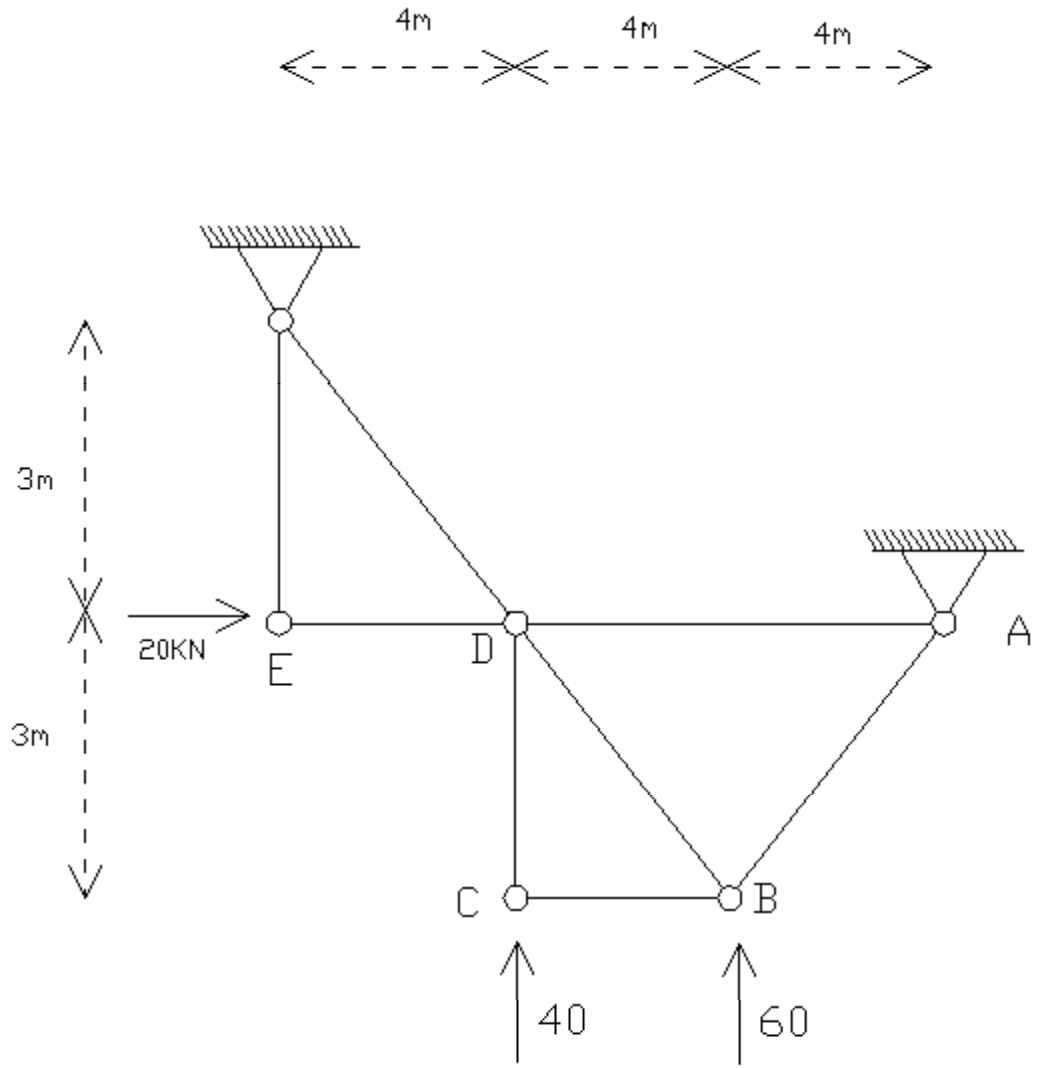
برای محاسبه ی نیروی عضو AC دیاگرام آزاد گره C را رسم می کنیم:

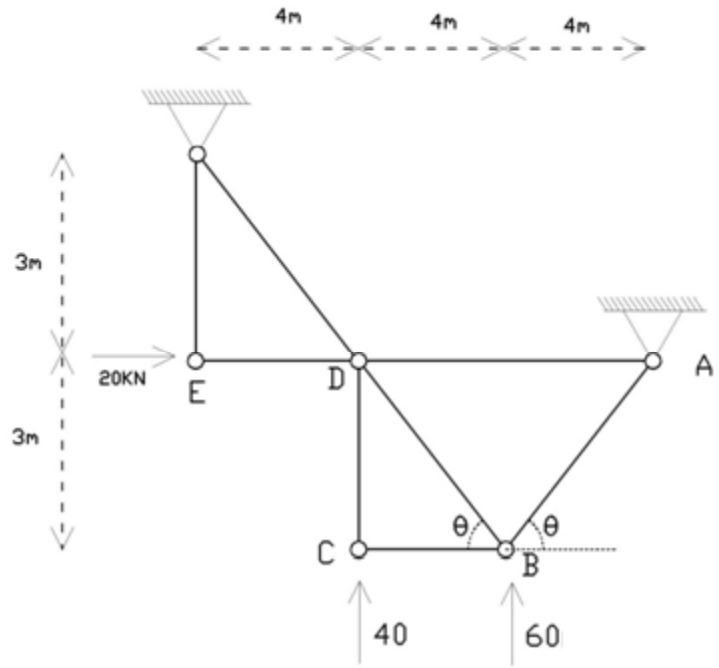


$$\sum F_Y = 0 \rightarrow 13.33 + F_{BC} sin53 = 0 \rightarrow F_{BC} = -16.66 = 16.66(P)$$

$$\sum F_X = 0 \rightarrow 16.66\, cos53 - F_{AC} = 0 \rightarrow F_{AC} = 10KN(T)$$

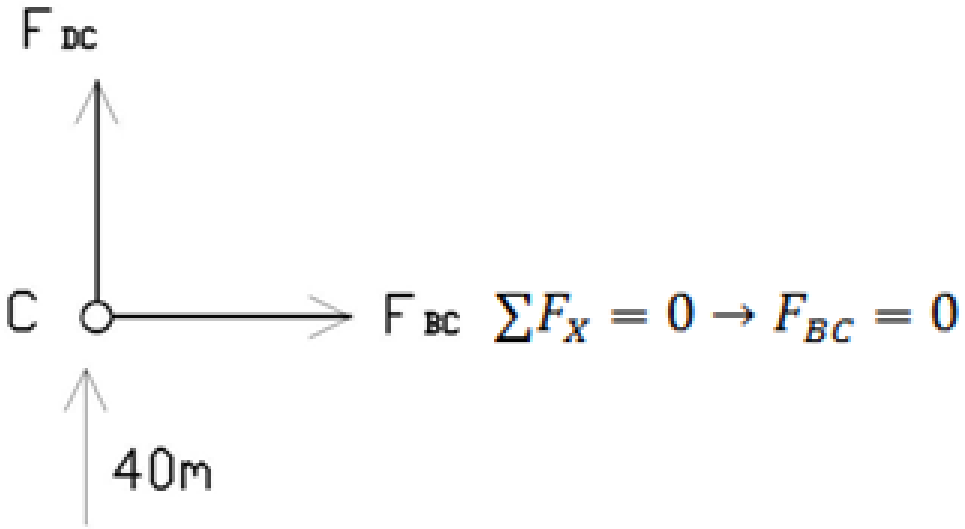
مثال:در خرپای شکل زیر مقدار نیرو در اعضای BD,BC را محاسبه کنید.





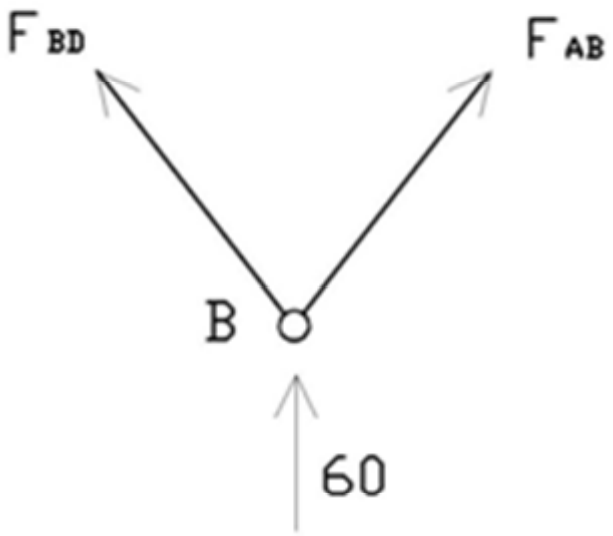
$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 37^0$$

دیاگرام آزاد گره C :



$$\sum F_X = 0 \rightarrow F_{BC} = 0$$

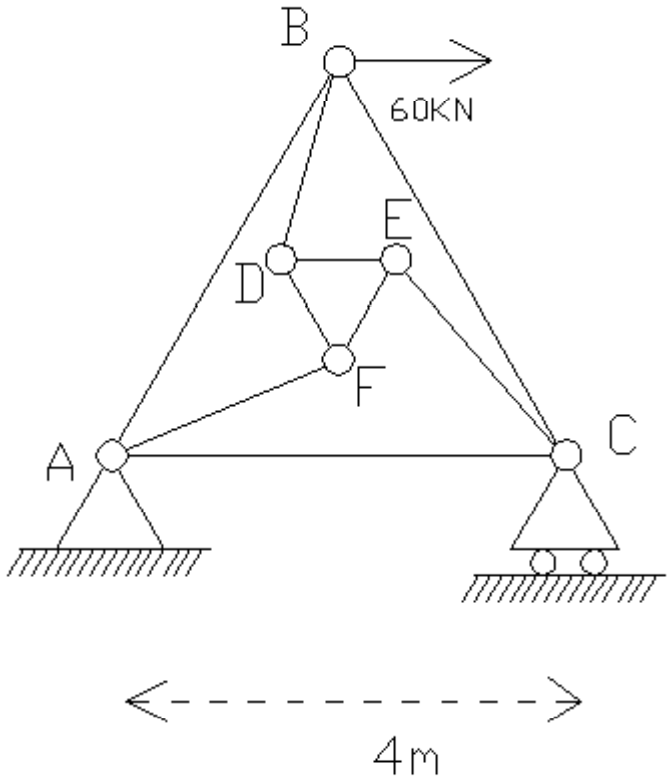
با صفر شدن نیروی عضو BC ، گره B دو عضوی شده و از طریق رسم دیاگرام آزادگره، نیروهای آن قابل محاسبه است:



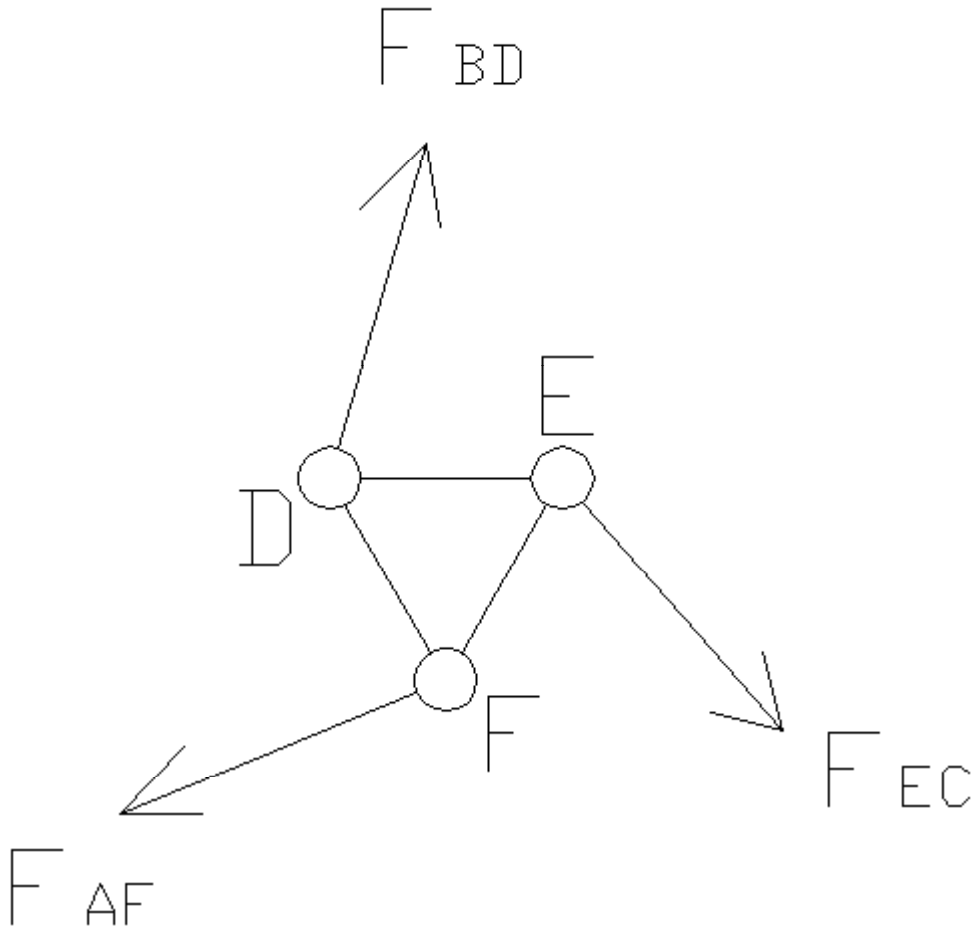
$$\sum F_X = 0 \rightarrow F_{AB}\cos 37 - F_{BD}\cos 37 = 0 \rightarrow F_{AB} = F_{BD}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 60 + 2F_{BD}\sin 37 = 0 \rightarrow 60 + 1.2F_{BD} = 0 \rightarrow F_{BD} = 50KN(P)$$

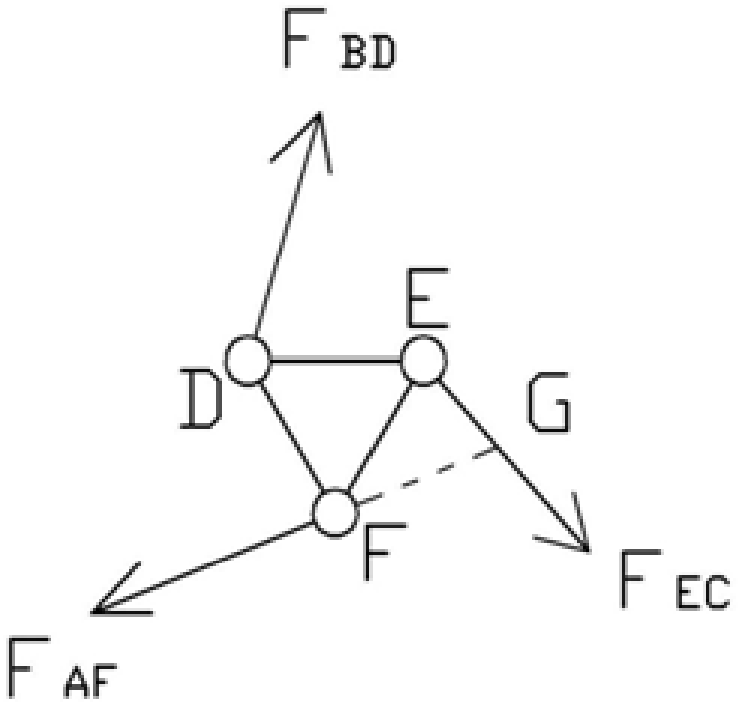
مثال:نیرو های اعضای DEوBDوAB را در خرپای شکل زیر محاسبه کنید.



دیاگرام آزاد قطعه DEF را ترسیم میکنیم:



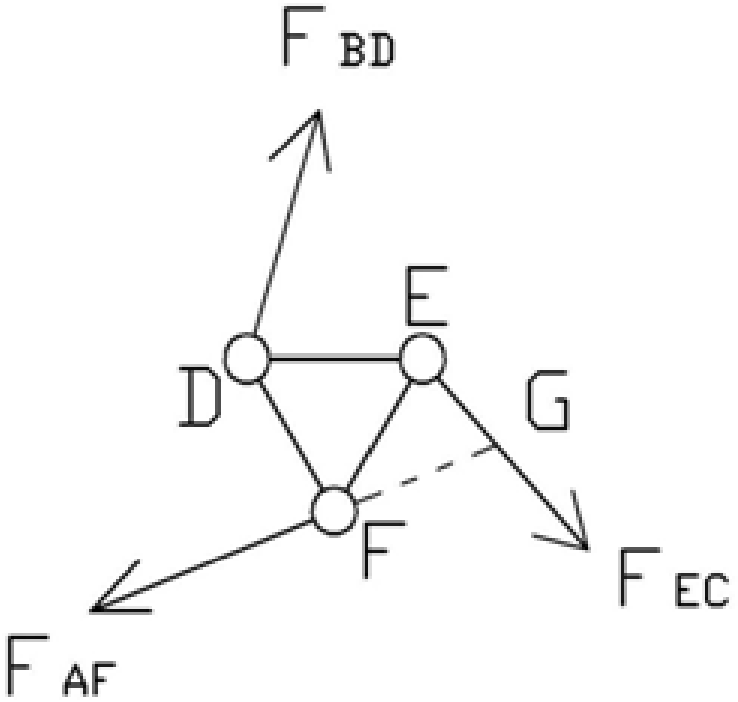
برای محاسبه نیروی عضو BD نسبت به محل تلاقی دو نیروی دیگر معادله تعادل گشتاور را مینویسیم:



فرض می کنیم فاصله عمودی راستای نیروی عضو BD تا نقطه ی G برابر a باشد:

$$\sum M_G = 0 \rightarrow F_{BD} \times a = 0 \rightarrow F_{BD} \times a = 0$$

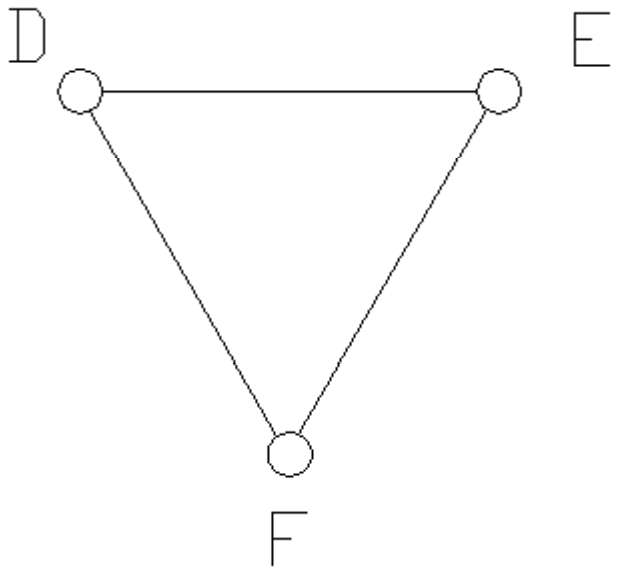
شرط تعادل یک جسم سه نیرویی آن است که هر سه نیرو در یک نقطه متقارب باشند در غیر این صورت باید هر سه نیرو برابر صفر باشند.در اینجا چون سه نیرو در یک نقطه متقارب نیستند،پس هر سه نیرو صفرند.



فرض می کنیم فاصله عمودی راستای نیروی عضو BD تا نقطه ی G برابر a باشد:

$$\sum M_G = 0 \rightarrow F_{BD} \times a = 0 \rightarrow F_{BD} \times a = 0$$

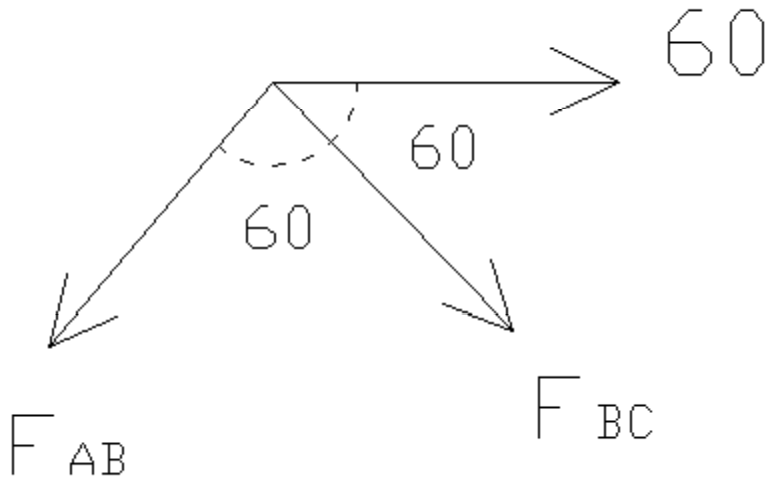
به این ترتیب عملاً به قطعه DEF نیرویی وارد نمیشود:



اگر به یک سازه هیچ نیرویی وارد نشود،نیروی داخلی تمام اعضای آن صفر است.در اینجا چون به مثلث DEFنیرویی وارد نمی شود،هر سه عضو آن صفر نیرویی هستند.

$$F_{DE} - 0$$

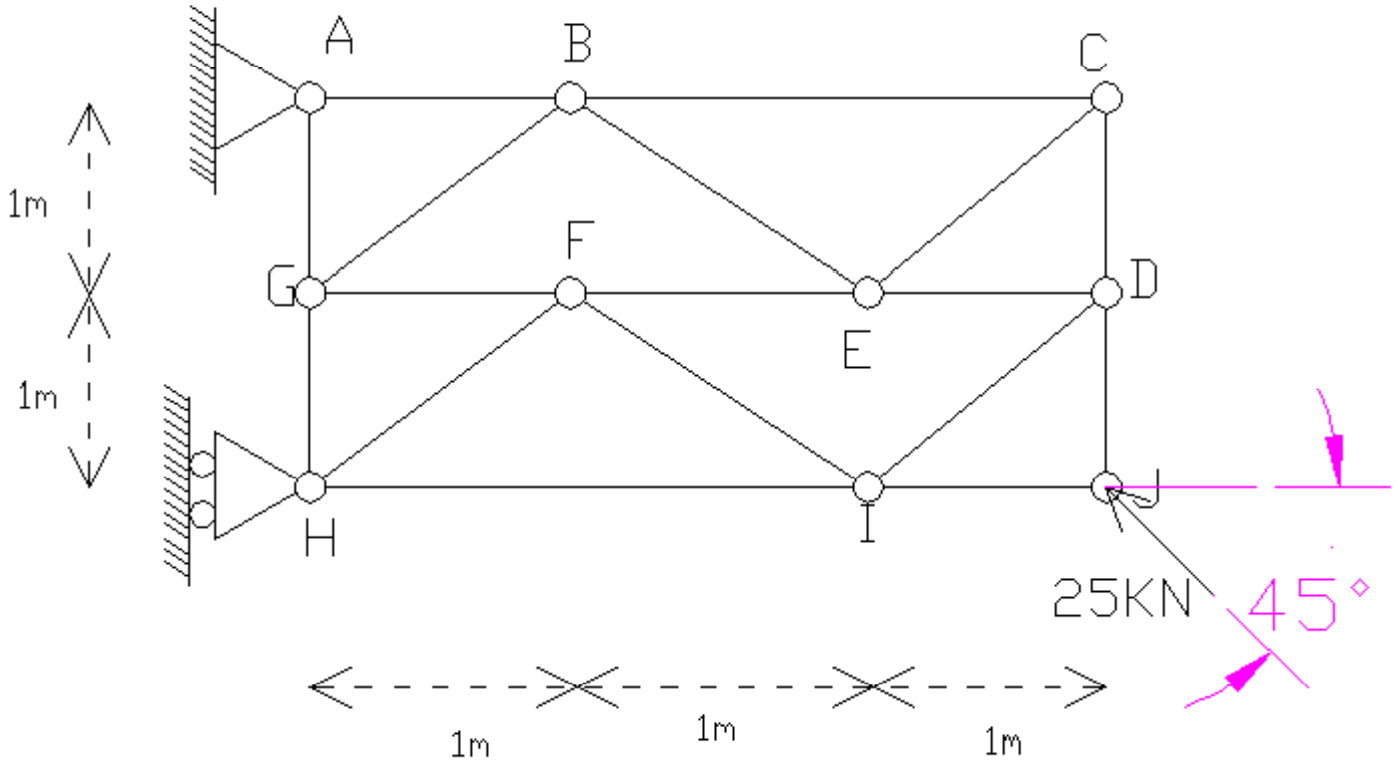
با صفر شدن نیروی عضو BD گره B دو عضوی می شود و از طریق رسم دیاگرام آزاد این گره نیروی اعضای متصل به آن محاسبه می شود.



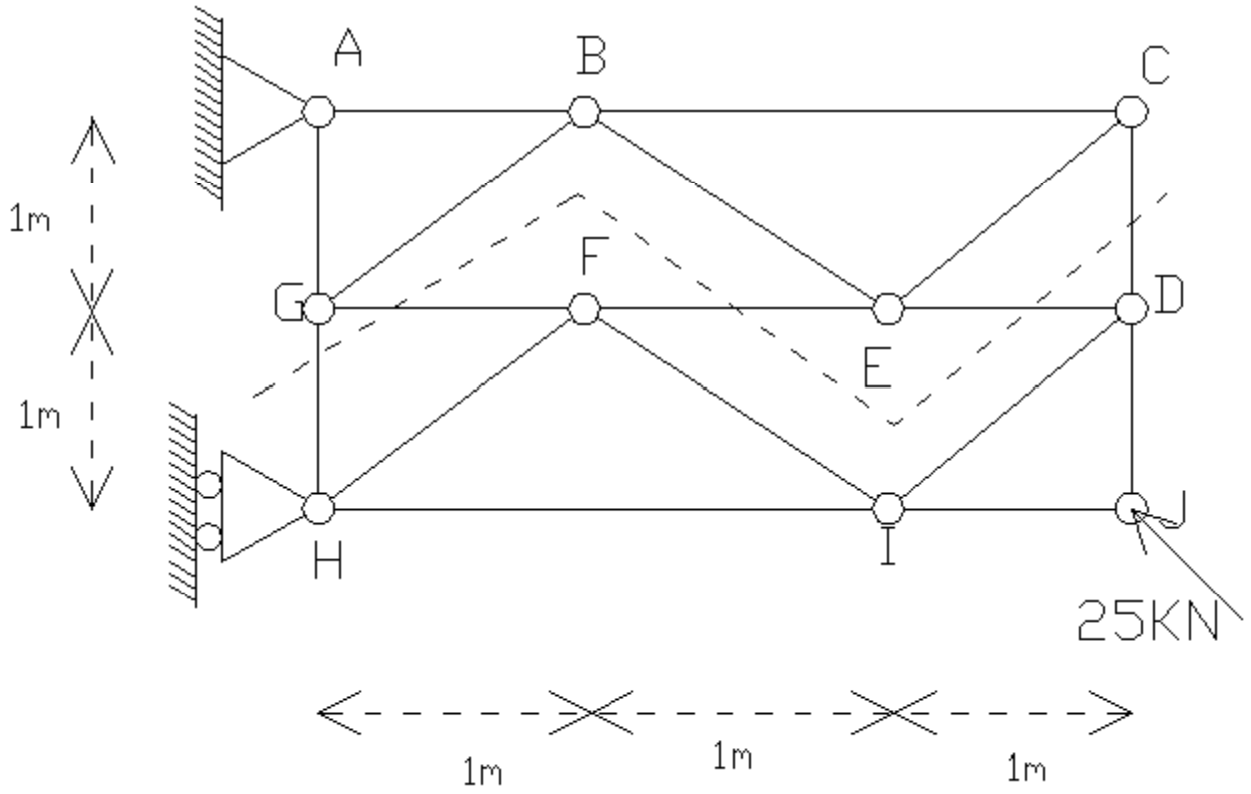
$$\sum F_Y = 0 \rightarrow -F_{AB}\sin 60 - F_{BC}\sin 60 = 0 \rightarrow F_{AB} = -F_{BC}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -F_{AB}\cos 60 + F_{BC}\cos 60 + 60 = 0 \rightarrow -F_{AB} \times 0.5 - F_{AB} \times 0.5 + 60$$
$$= 0 \rightarrow -F_{AB} + 60 = 0 \rightarrow F_{AB} = 60KN$$

مثال:در خرپای شکل زیر نیرو در عضو CD را بدست آورید:

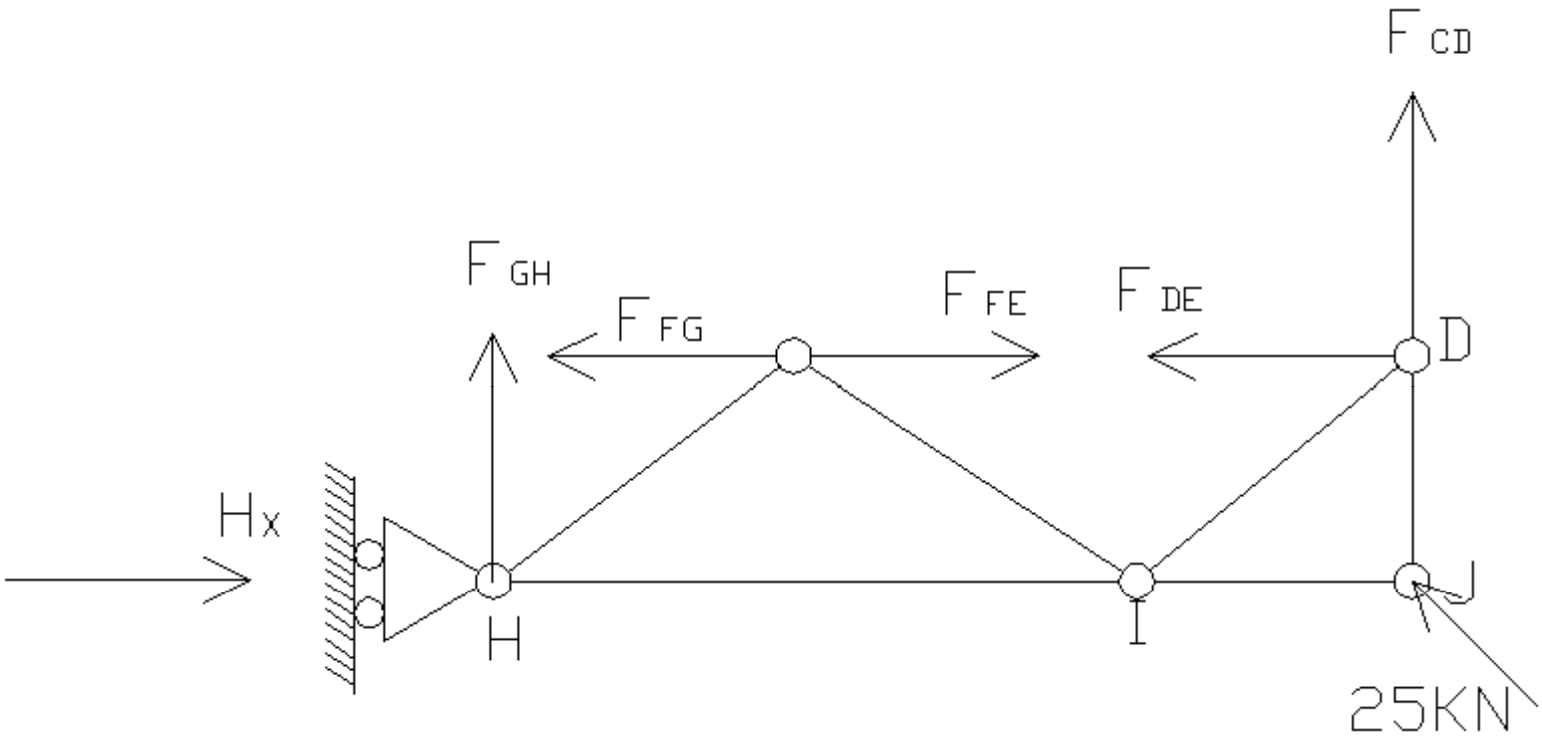


از مقطع شکل زیر کمک میگیریم:



***هرگاه در روش مقطع غیر از یک عضو که محاسبه نیروی آن مورد نظر است بقیه اعضای قطع شده متقارب یا موازی باشند،می توان از مقطعی استفاده کرد که تعداد اعضای قطع شده بیش از 3 عضو باشد.**

دیاگرام تکه پایین خرپا:



چون در اینجا نیروی Hx مجهول است،ابتدا با نوشتن معادلات تعادل کلی خرپا نیروی مذکور را محاسبه می کنیم:

محاسبه واکنش تکیه گاهی Hx :

$$\sum M_A = 0 \rightarrow H_X \times 2 - 25\cos 45 \times 2 + 25\sin 45 \times 3 = 0 \rightarrow 2H_X + 25\sin 45 = 0 \rightarrow$$

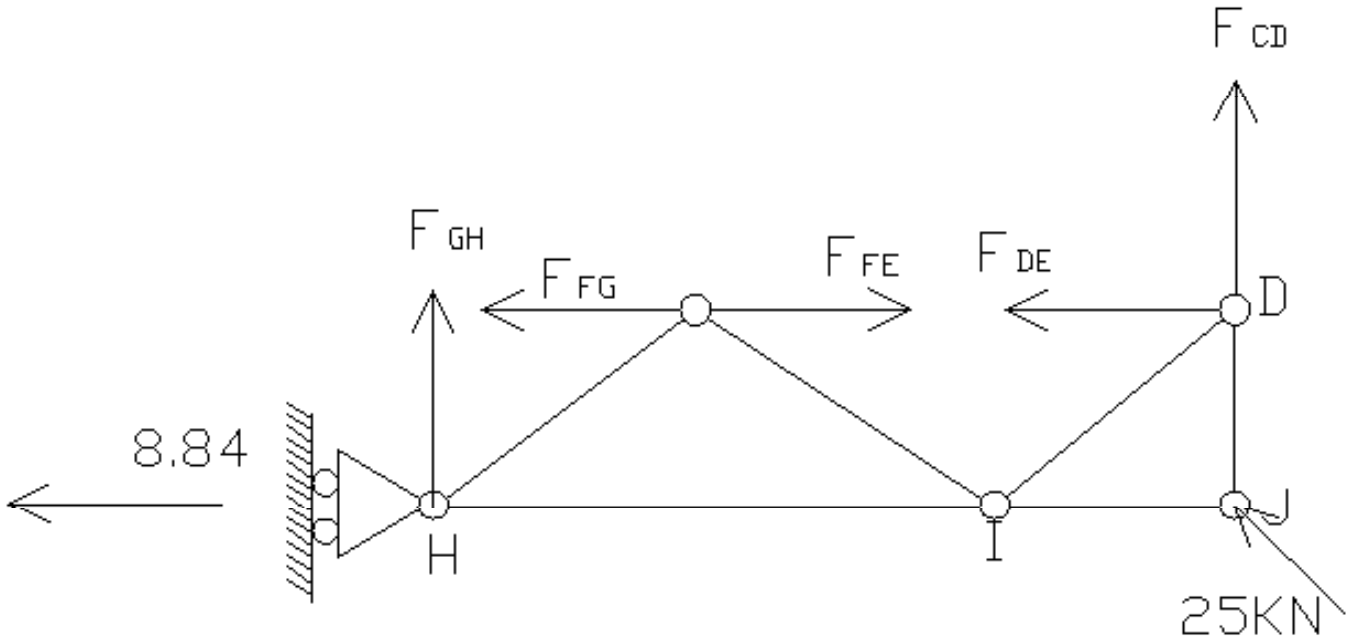
$$H_X = -8.84KN = 8.84KN$$

چون مقدار به دست آمده منفی است باید جهت نیرو را عوض کنیم

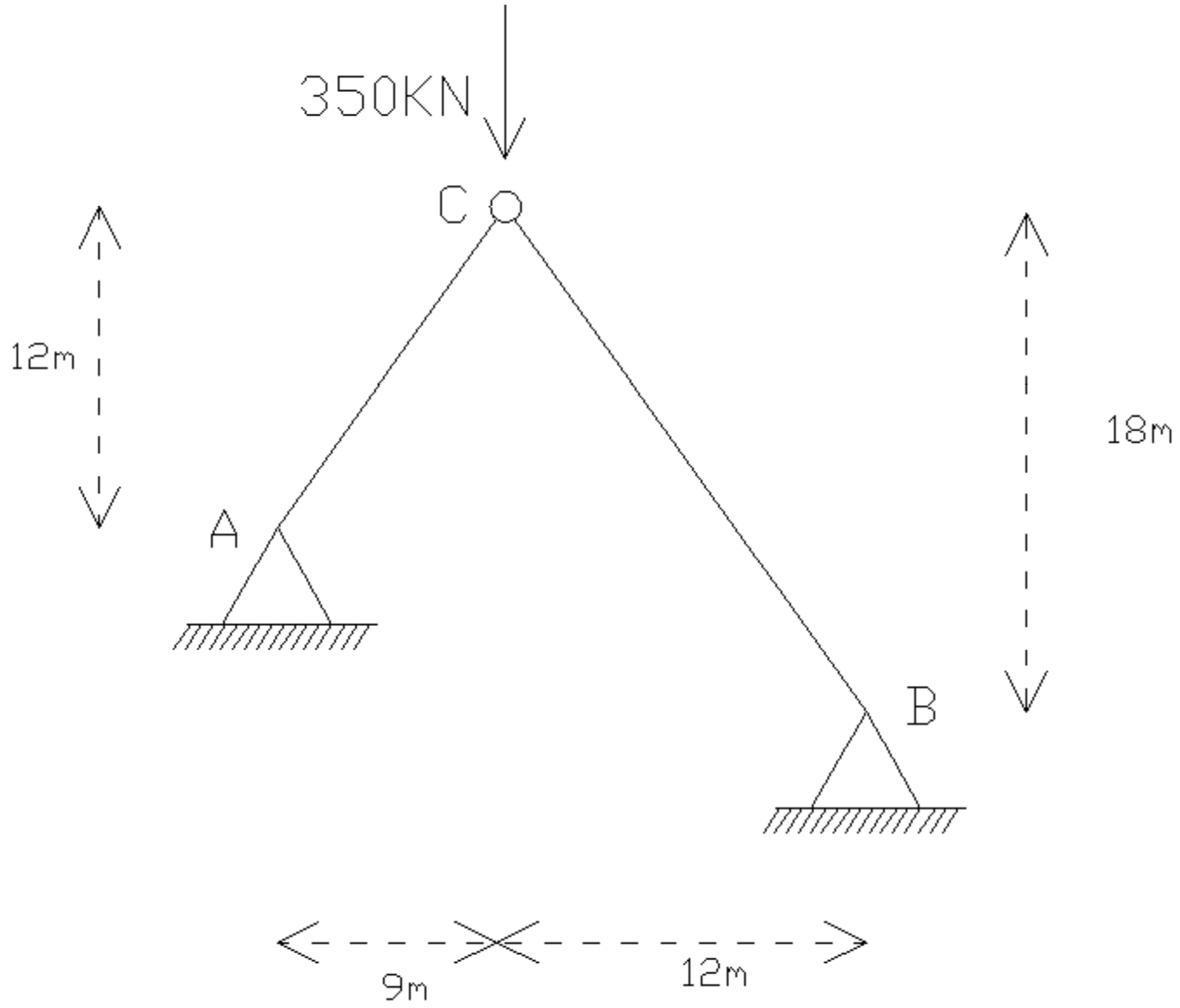
حال دوباره به مقطع پایین خرپا بازمیگردیم.

چون محاسبه نیروی عضو CD مورد نظر است حول نقطه G که محل تقاطع تمام نیروهای مجهول دیگر است معادله تعادل لنگر را مینویسیم

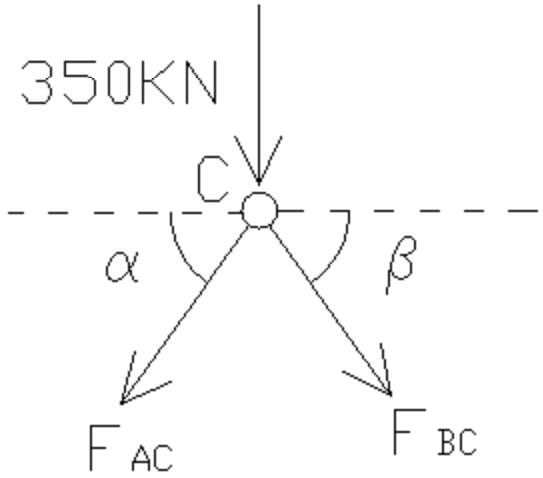
$$\sum M_G = 0 \rightarrow -8.84 \times 1 - 25\sin 45 \times 1 + 25cos45 \times 3 + F_{CD} \times 3 = 0$$
$$\rightarrow -8.84 + 50cos45 + 3F_{CD} = 0 \rightarrow F_{CD} = -8.84 = 8.84(P)$$



مثال:در شکل زیر مطلوب است محاسبه نیروی عکس العمل افقی و عمودی در تکیه گاهA :



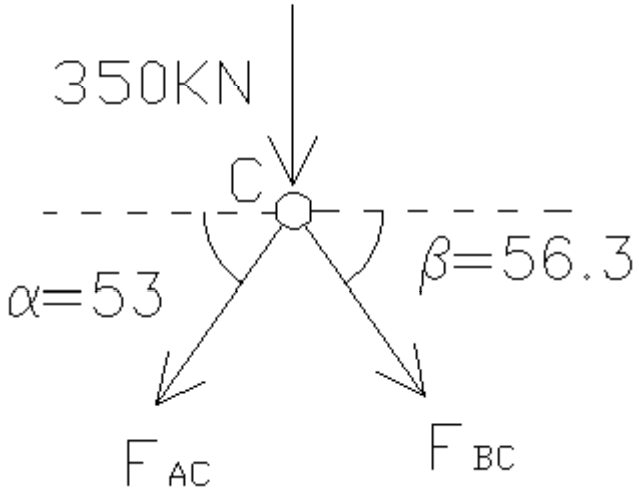
ابتدا در گره C با رسم دیاگرام آزاد و نوشتن معادله تعادل مقدار نیرو در عضو AC را بدست می آوریم.با مشخص شدن نیرو در یک عضو می توان دوباره دیاگرام آزاد گره A رارسم نموده و با نوشتن معادله تعادل واکنش های این گره را به دست آورد:



$$\alpha = tan^{-1}\left(^{12}/_{9}\right) = 53^{0}$$

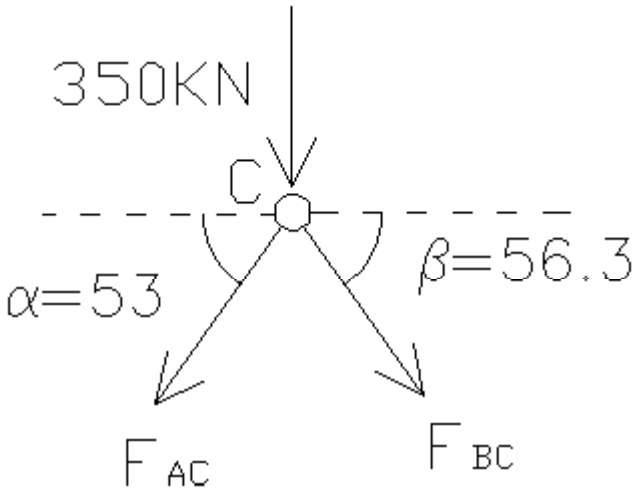
$$\beta = tan^{-1}\left(^{18}/_{12}\right) = 56.3^{0}$$

ابتدا در گره C با رسم دیاگرام آزاد و نوشتن معادله تعادل مقدار نیرو در عضو AC را بدست می آوریم.با مشخص شدن نیرو در یک عضو می توان دوباره دیاگرام آزاد گره A رارسم نموده و با نوشتن معادله تعادل واکنش های این گره را به دست آورد:



$$\sum F_X = 0 \rightarrow -F_{AC}\cos 53 + F_{BC}\cos 56.3 = 0 \rightarrow 0.6F_{AC} + 0.55F_{BC} = 0$$

$$\rightarrow F_{BC} = \frac{0.6}{0.55}F_{AC} = 1.09F_{AC}$$

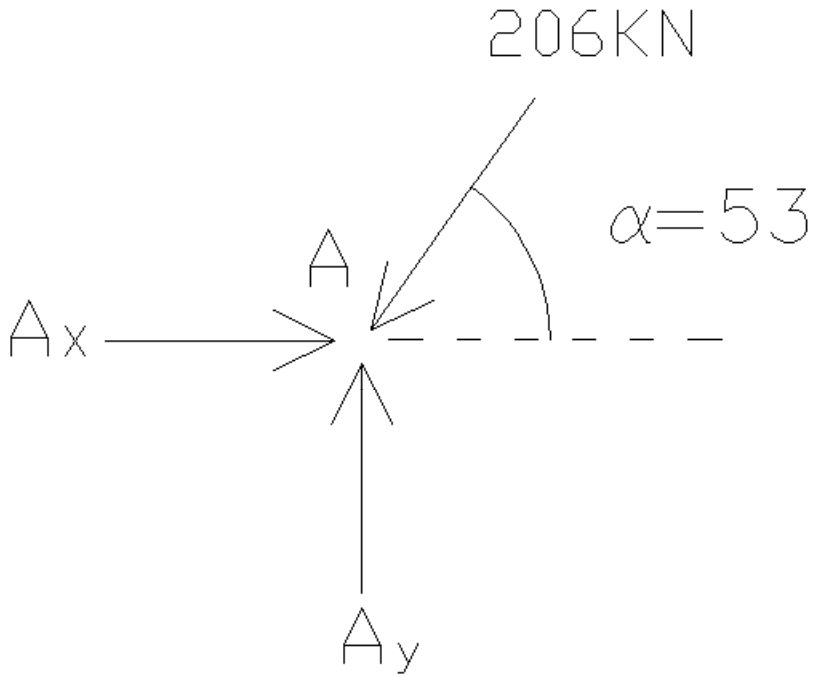


$$\sum F_Y = 0 \rightarrow -350 - F_{AC}\sin 53 - F_{BC}\sin 56.3 = 0$$

$$\rightarrow -350 - 0.8F_{AC} - (1.09F_{AC}) \times 0.83 = 0$$

$$-350 - 1.7F_{AC} = 0 \rightarrow F_{AC} = -\frac{350}{1.7} \approx -206KN \rightarrow F_{AC} = 206\text{KN(P)}$$

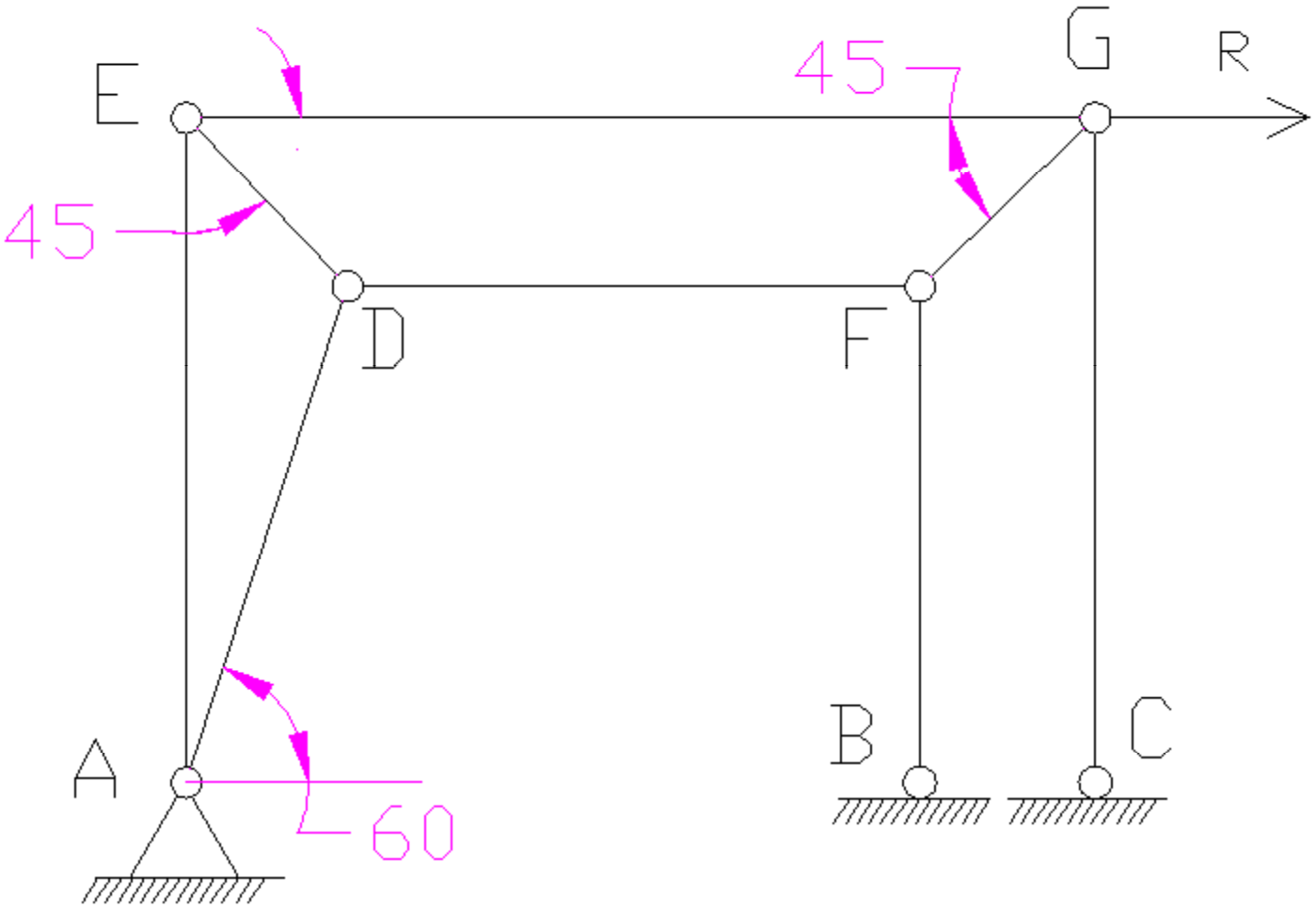
حال دیاگرام آزاد گره A را ترسیم میکنیم:



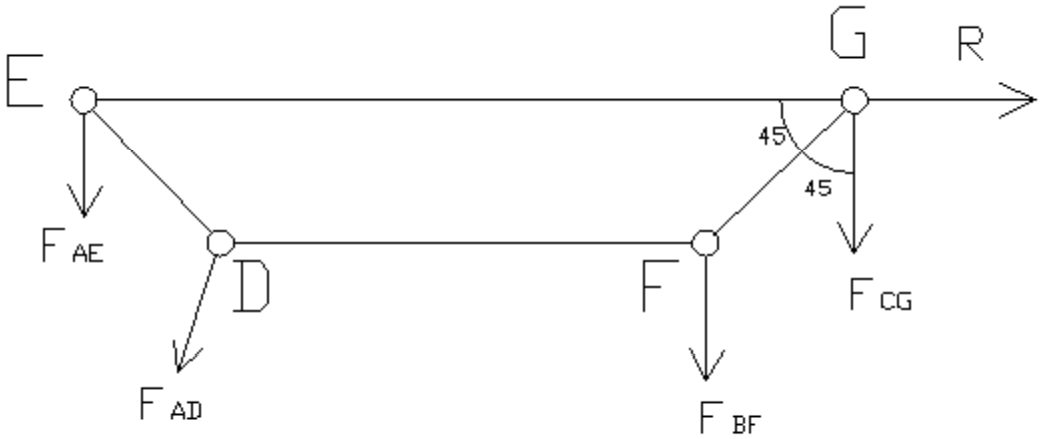
$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x - 206\cos 53 = 0 \rightarrow A_x = 23.6KN$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - 206\sin 53 = 0 \rightarrow A_y = 164.8KN$$

مثال:در خرپای شکل زیر مطلوب است محاسبه نیرو در عضو DE:

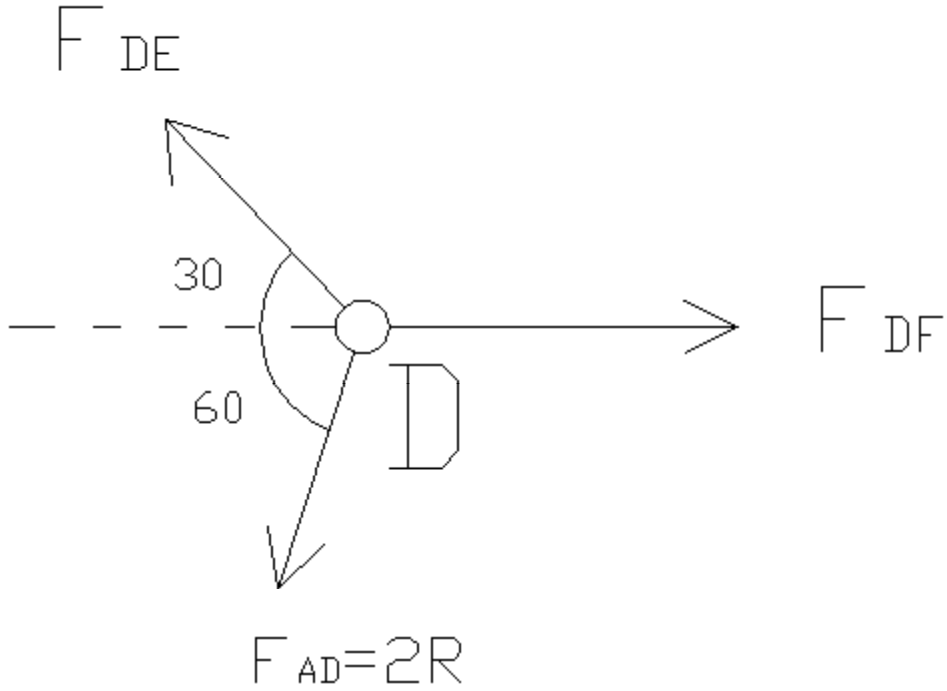


ابتدا با روش مقطع نیروی عضوADرا محاسبه می کنیم،سپس با رسم دیاگرام آزاد گرهDو نوشتن معادلات تعادل، نیرو در عضوDE محاسبه می شود:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow R - F_{AD}\cos 60 = 0 \rightarrow F_{AD} = 2R$$

حال دیاگرام آزاد گره D را ترسیم و معادلات تعادل در این گره را مینویسیم:



$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{DE} sin30 - F_{AD} sin60 = 0 \rightarrow F_{DE} = \frac{F_{AD} sin60}{sin30} = 2R\sqrt{3}$$